



**Zadania na XIX Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap powiatowy

2 marca 2019 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Rozwiąż nierówność $2x^2 + 10y^2 + z^2 + 4x + 2xy + 4 \leq 6yz$.
2. Znaleźć wszystkie pary liczb rzeczywistych (x,y) takie, że suma kwadratów tych liczb wynosi 8 oraz suma odwrotności tych liczb jest równa 1.
3. Dany jest trapez prostokątny, o przekątnych długości 17 i 10. Punkt przecięcia przekątnych dzieli dłuższą z przekątnych w stosunku 5:2. Oblicz pole tego trapezu.
4. Udowodnij, że jeżeli w liczbie dziewięciocyfrowej cyfra pierwsza jest równa drugiej i trzeciej, cyfra czwarta jest równa piątej i szóstej oraz cyfra siódma jest równa ósmej i dziewiątej, to liczba ta jest podzielna przez 3 i 37.
5. Supermarket sprzedając ziemniaki w cenie 2,5zł za kilogram, dziennie sprzedawał 300kg. Zauważono, że przy obniżce ceny o każdy 1gr sprzedaż rośnie o 5kg. Supermarket kupuje ziemniaki od producenta po 80gr za kg, a inne koszty (magazynowanie, transport utrzymanie stoiska, itp.) przypadające na 1kg ziemniaków wynoszą 30gr. Przy jakiej cenie ziemniaków dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk?

Powodzenia!